

Objetivos desse Capítulo

1. Entenda que funções recíprocas são identidades
2. Defina as identidades fundamentais e aplique-as para reduzir as identidades mais complicadas
3. Use os métodos do Maple para demonstrar as identidades

Comandos Maple Usados Neste Capítulo

<code>solve(eqn, var)</code>	Resolve uma equação trigonométrica <i>eqn</i> para variável <i>var</i> .
<code>simplify(expr)</code>	Simplifica uma expressão trigonométrica
<code>subs(eqn, expr)</code>	Substitui por uma variável em <i>expr</i>

A Diferença entre uma Equação e uma Identidade

Simplicidade de expressões são consideradas em virtude da matemática. Por essa razão, os matemáticos tentam reduzir seus resultados para a forma mais econômica. Isso é tão verdade para as expressões trigonométricas como para as algébricas. Um matemático poderia escrever $3x$ em vez de $x + x + x$ e você também poderia. Se você analisar um diagrama contendo triângulos e você

pode derivar então a expressão, $\frac{\sec(y)^2}{\cot(y)} - \tan(y)^3$, você poderá não entender imediatamente que a

expressão pode ser simplificada. Se você vai usar esse resultado em um relatório publicado ou como base para um trabalho repetitivo, pode querer usar a possível forma mais simples. Esse capítulo irá demonstrar algumas técnicas com as quais você pode examinar expressões desse tipo e procurar por algumas simplificações.

Um problema relatado é determinar se duas expressões são equivalentes. Considere as três expressões:

$$\sec(x)^2 + \csc(x)^2 = \sec(x)^2 + \csc(x)^2 \quad (6-1)$$

$$\sin(x)^2 - \cos(x)^2 + 1 = 0 \quad (6-2)$$

$$\tan(x) = -\cot(x) \quad (6-3)$$

Examine essas afirmações matemáticas. Cada afirmação diz que o lado direito é igual ao lado esquerdo. Existem três possibilidades. Primeira, a afirmativa pode ser falsa, o que acontece quando *nenhum* valor de x irá tornar a afirmativa direita igual à esquerda. Aqui, nós temos uma *contradição*. Segunda, a afirmativa pode ser verdadeira para valores específicos de x e falsa para outros valores. Então nós temos uma *equação*, a qual pode ser resolvida para o conjunto de valores de x que tornam a equação verdadeira. Última, a afirmativa pode ser verdadeira não importando que valor de x é usado. Esse é o tipo de afirmativa chamado *identidade*.

Dê uma nova olhada para as três afirmativas. Você pode estar tentado a adivinhar que a Equação 6-1 é uma equação porque ela se parece com a equação algébrica $x^2 + y^2 = x^2 y^2$. A igualdade é satisfeita por alguns valores de x e y , mas não por outros. Se $x = 2$, então $4 + y^2 = 4y^2$, então $3y^2 = 4$, $y = 2/\sqrt{3}$, e nós temos uma solução. Você pode provar facilmente que se $x = 1$, não existe solução. Portanto, $x^2 + y^2 = x^2 y^2$ é uma equação. Essa é linha de raciocínio pela qual nós pudemos perceber que você acreditava que a Equação 6-1 é uma equação, mas ela é?

Nós iremos revisitar as identidades trigonométricas fundamentais $\sin(x)^2 = 1 - \cos(x)^2$ nesse capítulo. Essa equação é também uma identidade. Portanto, uma rápida olhada na Equação 6-2 pode deixar você acreditar que ela também é uma equação. Em adição, não faz sentido que devam existir alguns valores de x que tornem a Equação 6-3 verdadeira? Talvez $x = 0$?

Você tem sido enganado por esses argumentos ao acreditar que as Equações 6-1 e 6-3 são equações, enquanto a Equação 6-2 é uma identidade? De fato, a Equação 6-1 é uma identidade, a Equação 6-2 é uma equação e a Equação 6-3 é uma contradição. Esses exemplos têm sido escolhidos para encorajar você a aceitar as conclusões erradas. Nosso propósito aqui é enfatizar a necessidade de atenção: uma exploração ou observação casual de uma fórmula pode ser perigosa!

Ela não é substituída por uma análise cautelosa. Nós iremos mostrar a você como analisar as Equações 6 – 1, 6 – 2, e 6 – 3 nesse capítulo. Você deve levar desse exemplo o fato de que não é fácil determinar se uma expressão trigonométrica é uma equação, uma identidade ou uma contradição.

Definições das Identidades Fundamentais Trigonômicas

Das relações entre as seis funções trigonométricas básicas, surgem as seguintes identidades:

$$\sin(\theta) = \frac{1}{\csc(\theta)} \quad (6 - 4)$$

$$\csc(\theta) = \frac{1}{\sin(\theta)} \quad (6 - 5)$$

$$\tan(\theta) = \frac{1}{\cot(\theta)} \quad (6 - 6)$$

$$\cot(\theta) = \frac{1}{\tan(\theta)} \quad (6 - 7)$$

Todas essas identidades são realmente definições; no entanto, a próxima relação é derivada de uma análise do triângulo reto. Desde que $\sin(\theta) = y/r$ e $\cos(\theta) = x/r$, nós temos, elevando ao quadrado as duas equações, $\sin^2(\theta) = y^2/r^2$ e $\cos^2(\theta) = x^2/r^2$. Adicionando o produto dos termos ao quadrado, $\sin^2(\theta) + \cos^2(\theta) = x^2/r^2 + y^2/r^2 = (x^2 + y^2)/r^2$. Desde que o teorema de Pitágoras afirma que $x^2 + y^2 = r^2$, nós temos $\sin^2(\theta) + \cos^2(\theta) = r^2/r^2 = 1$. Portanto, nós provamos uma das identidades mais usadas na trigonometria (veja Figura 6.1.) Nós iremos afirmá-la novamente:

$$\sin^2(\theta) + \cos^2(\theta) = 1 \quad (6 - 8)$$

$$\sin^2(\theta) + \cos^2(\theta) = 1 \quad (6 - 9)$$

A primeira forma, Equação 6 - 8, é como está escrita no Maple; a segunda forma é completamente equivalente. A segunda forma é a forma encontrada nos livros de matemática e na literatura¹. Essa

identidade é da maior importância. Ela deve ser *memorizada* em todas estas formas equivalentes, $\sin(\theta)^2 + \cos(\theta)^2 = 1$, $\sin(\theta)^2 = 1 - \cos(\theta)^2$, $\cos(\theta)^2 = 1 - \sin(\theta)^2$, $\pm\sqrt{1 - \cos(\theta)^2}$, $\cos(\theta) = \pm\sqrt{1 - \sin(\theta)^2}$. Leia todas essas equações e tenha certeza de que você pode mentalmente transformar a primeira delas no resto.

Similarmente, você pode provar que:

$$\tan(\theta)^2 + 1 = \sec(\theta)^2 \quad (6 - 10)$$

1. No Maple, você pode escrever:

```
> (sin^2)(x);
```

mas o Maple pode responder com:

```
sin(x)^2
```

Por essa razão é preferível escrever, $>\sin(x)^2$; existe menos chance de criar confusão. Observe que $>\sin(x)^2$; não funciona!

Definindo as relações nos termos dos lados do triângulo definido. A prova será deixada para os exercícios papel e lápis (Figura 6 – 1) . Essas identidades devem ser memorizadas também. A trigonometria será sempre um problema sem trabalhar o conhecimento de todas as relações básicas discutidas ao longo deste capítulo.

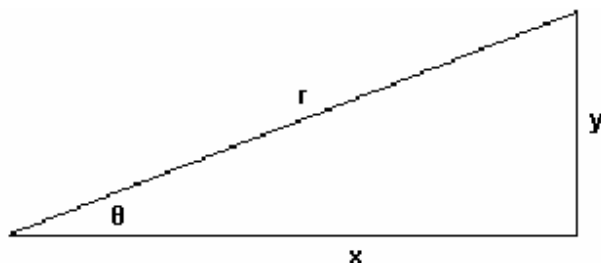


Figura 6.1 Análises do Triângulo Reto

$$\cot(\theta)^2 + 1 = \csc(\theta)^2 \quad (6 - 11)$$

As funções trigonométricas são tão bem relatadas que é fácil escrevê-las em formas equivalentes. Em outras palavras, identidades trigonométricas. Nosso propósito neste caderno de exercícios é mostrar a você técnicas para determinar se, para qualquer ângulo dado, duas expressões trigonométricas são realmente a mesma. Se elas são, equacioná-las expressões irá resultar em uma identidade. Você pode verificar simples identidades pelo método papel e lápis, como nós fizemos para provar que $\sin(\theta)^2 + \cos(\theta)^2 = 1$. No entanto, quando as expressões são complexas, é melhor aplicar métodos de álgebra computacional. Entenda que você tem uma dessas situações complexas e quer ver se uma equação trigonométrica é uma identidade.

Passo 1: Construa ambas as expressões no Maple. Se ambas as curvas sobre uma outra é uma evidência forte de que as duas expressões são idênticas, isto não é uma *prova*, porque tudo que você pode dizer com certeza é que duas expressões são iguais para três figuras significantes. Considere as duas expressões, x^2 e $x^2 + 0.000001$. Equacionar essas expressões é uma contradição, não uma identidade; os dois gráficos estão indiscutivelmente acima da extensão $x = 0 \dots 1$.

Passo 2: Subtraia as duas expressões no Maple e simplifique o resultado. O Maple pode reduzir muitas identidades para 0 dessa maneira, o que é melhor do que simplificar as duas expressões separadamente. Eles usualmente produzem diferentes resultados no Maple. Os resultados são equivalentes, mas eles não parecem ser equivalentes. Desde que o Maple trabalhe simbolicamente, um resultado de 0 mostra que as expressões são identidades verdadeiras.

Esses métodos irão ser demonstrados na próxima seção.

Prove que $\frac{\tan(y)}{\sin(y)} = \sec(y)$

Solução: Escreva a equação no Maple:

> e1 := tan(y)/sin(y) = sec(y);

$$e1 := \frac{\tan(y)}{\sin(y)} = \sec(y)$$

> simplify(e1);

$$\frac{1}{\cos(y)} = \frac{1}{\cos(y)}$$

Nesse caso, o commando *simplify* trabalha sem precisar fazer qualquer manipulação desnecessária. O Maple prefere dar o resultado em termos de funções trigonométricas básicas, não das suas recíprocas, então ele não faz a saída de dados $\sec(y) = \sec(y)$. A equação é mostrada como sendo uma identidade.

Sua vez. Prove que $\frac{\cot(y)}{\csc(y)} = \cos(y)$ é uma identidade.

Resposta: _____

Exemplo 6 – 2

Prove que $\sec(\theta) \tan(\theta) \csc(\theta) = \tan(\theta)^2 + 1$;

Solução. Escreva a Equação no Maple:

> e2 := sec(theta)* tan(theta)* csc(theta) = tan(theta)^2 + 1;

$$e2 := \sec(\theta) \tan(\theta) \csc(\theta) = \tan(\theta)^2 + 1;$$

Observe que, dando um nome à equação inicial, você pode checar a saída de dados do Maple contra a afirmativa do problema. Agora você pode trabalhar com a equação com o conhecimento correto.

Tente simplificar a equação:

> **simplify(e2);**

$$\frac{1}{\cos(\theta)^2} = \frac{1}{\cos(\theta)^2}$$

Ela ainda funciona! O Maple mostra que a equação é quase uma identidade. Algumas pessoas podem pensar que isso é “cola” porque o Maple fez todo o trabalho. Se você pensar dessa maneira, faça o problema pelo método papel e lápis também. Lembre-se de que $\tan(\theta)^2 + 1 = \sec(\theta)^2$? A equação pode ser reescrita:

$$\sec(\theta) \frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = \sec(\theta)^2 \quad (6-12a)$$

$$\frac{\sec(\theta)}{\cos(\theta)} = \sec(\theta) \sec(\theta) = \sec(\theta)^2 \quad (6-12b)$$

Você percebe que tem de “saber” para chegar a algum resultado? Você teve de usar as identidades básicas de uma maneira organizada. Reconheça que o lado direito reduziu para a secante, você deixou a primeira secante sozinha à esquerda, reescreveu tan como sen sobre cos. Então, você escreveu cscs como 1 sobre sen e cancelou os termos sen. Por último, você converteu o termo cos no denominador para sec no numerador e o multiplicou com o primeiro termo sec(aquele que você não mudou). Você precisa fazer alguns desses problemas para entender o processo, mas muitas pessoas conseguem pouca satisfação em provar identidades como estas “o caminho difícil”.

Sua vez. Prove que $\cos(\theta) \tan(\theta) \sin(\theta) = (\cot(\theta)^2 + 1)^{-1}$

Resposta: _____

Exemplo 6 – 3

Prove que $\frac{1 + \cos(x)}{\sin(x)} = \frac{\sin(x)}{1 - \cos(x)}$

Solução:

> e3 := (1+cos(x))/sin(x)/(1-cos(x));

$$e3 := \frac{1 + \cos(x)}{\sin(x)} = \frac{\sin(x)}{1 - \cos(x)}$$

O Maple não faz um bom trabalho com frações trigonométricas. Por outro lado:

> simplify(lhs(e3)-rhs(e3));

Subtraindo o lado esquerdo da Equação e3 do lado direito produz exatamente 0 como um resultado. Portanto, a equação original será uma identidade.

Sua Vez. Prove que $\frac{1 - \sin(y)}{\sin(y) \cot(y)} = \frac{\cos(y)}{1 + \sin(y)}$.

Exemplo 6 – 4

Mostre se $\frac{\sin(x) \cot(x) - 1}{\sin(x) - \cos(x)} = \cot(x) - 1$ é uma identidade.

Solução:

> e4 := sin(x)*(cot(x)-1)/(sin(x)-cos(x)) = cot(x)-1;

$$e4 := \frac{\sin(x) \cot(x) - 1}{\sin(x) - \cos(x)} = \cot(x) - 1$$

> simplify(e4);

$$-1 = \frac{\cos(x) - \sin(x)}{\sin(x)}$$

Mas como de um lado da suposta identidade se reduzir a 1 e o outro reduzir a uma função de sen e cos? Nós pesquisamos pela avaliação do lado direito de alguns valores escolhidos de x . Vamos pegar um ângulo de 30 graus, o qual é $\pi/6$ em radianos.

>evalf(subs(x = Pi/6, e4));

$$-1.0000000 = .732050807$$

Bem, -1 *não* faz igual a 0.732! Desde que nós tenhamos demonstrado que existe ao menos um valor de x que causa o fato de o lado direito ser diferente do esquerdo, afirma que $e4$ não é uma identidade. De fato, nós podemos pedir ao Maple para resolver a afirmativa $e4$, porque ela é uma equação.

>solve(e4, x);

$$\frac{1}{2}\pi$$

Você pode confirmar isso substituindo esse valor de volta na equação original.

>subs(x = Pi/2, e4);

$$\frac{\sin\left(\frac{1}{2}\pi\right)(\cot\left(\frac{1}{2}\pi\right)-1)}{\sin\left(\frac{1}{2}\pi\right)-\cot\left(\frac{1}{2}\pi\right)} = \cot\left(\frac{1}{2}\pi\right)-1$$

Infelizmente, isso parece ser mais complicado, mas nós podemos tentar uma simplificação.

> simplify(subs(x = Pi/2, e4));

$$-1 = -1$$

Isto tem resolvido. Substituindo nossa solução de volta pela equação original e simplificando, nós temos verificado a solução. Observe que isso pode ser apenas um número único de soluções para esta equação. Se uma equação trigonométrica tem uma solução, ela freqüentemente tem um

número infinito de soluções. A análise sempre é necessária para ver como essas outras soluções são registradas para um Maple em resposta ao comando *solve*.

Lápis e Papel

LP – 1

$$\tan(\theta)^2 + 1 = \sec(\theta)^2 \quad (6 - 10a)$$

$$\cot(\theta)^2 + 1 = \csc(\theta)^2 \quad (6 - 11a)$$

Prove a Equação 6 –10 e 6 –11 expressando as funções trigonométricas como os raios dos lados do triângulo da Figura 6.1. Simplifique a equação algébrica resultante. Dica: o número 1 nessa equação pode ser escrito como x^2/y^2 na primeira e como x^2/y^2 na segunda equação, a qual produz em ambos os termos do lado esquerdo um denominador comum. Adicione os numeradores e simplifique para obter o resultado desejado.

LP –2

Prove as seguintes identidades trigonométricas fundamentais:

(a) $\sin(x) \csc(x) = 1$ (use a Equação 6 – 4)

Resposta: _____

(b) $1 + \frac{1}{\tan^2(x)} = \csc^2(x)$

Resposta: _____

(c) $1 + \frac{1}{\tan^2(x)} = \frac{1}{\sin^2(x)}$

Resposta: _____

LP – 3

Simplifique $\cos(x) \tan^2(x) + \cos(x)$ para uma única expressão trigonométrica:

Resposta: _____

LP – 4

Simplifique $\frac{1}{\tan(\theta) \csc(\theta)}$

Resposta: _____

LP – 5

Simplifique $\frac{\cos(x) \csc(x)}{\tan(x)}$

Resposta: _____

LP – 6

Expresse $\sin(x) - \cos^2(x)\sin(x)$ como uma única potência trigonométrica:

Resposta: _____

LP – 7

Simplifique $(1 + \cot^2(x))\sin(x)$

Resposta: _____

LP – 8

Simplifique $\cos^2(x)(1 + \tan^2(x))$

Resposta: _____

LP – 9

Simplifique $(\tan(x) + \cot(x))\csc(x)$

Resposta: _____

LP – 10

Simplifique $\frac{\tan(x)}{\sec(x) - \cos(x)}$

Resposta: _____

Laboratório Maple

LM –1: Método 1, Simplificação

Se a expressão trigonométrica não for tão complicada, tente simplificar cada lado de sinal igual separadamente. Por exemplo, prove que $\frac{\sin(y)}{1 + \cos(y)} = \frac{1 - \cos(y)}{\sin(y)}$ é uma identidade.

Solução. Simplifique cada lado da equação:

> simplify((1-cos(y)) / sin(y));

$$\frac{\sin(y)}{1 + \cos(y)}$$

Não existem mudanças. O comando simplify não faz nada com a expressão.

> simplify((1 - cos(y)) / sin(y));

$$\frac{\sin(y)}{1 + \cos(y)}$$

O Maple muda a expressão; ele a transforma em uma réplica da primeira. Desde que o lado esquerdo transforme a mesma expressão como o lado direito e os dois lados sejam idênticos, então a equação é idêntica.

Tente esse método nos seguintes exemplos. Afirme quais *não* são identidades:

(a) $\tan^2(x)\cos^2(x) + \frac{\sin^2(x)}{\tan^2(x)} = 1$ (obviamente, o lado direito já está simplificado. Simplifique o lado esquerdo).

> ; (Escreva o comando Maple aqui) _____

Resposta: _____

$$(b) \frac{\sin^3(x) \cos^3(x)}{(\cos(x) + \sin(x))} = \sec(x)$$

> ; (Escreva o comando Maple aqui) _____

Resposta: _____

$$(c) \frac{1 + \tan(x)}{\sin(x)} - \frac{1}{\cos(x)} = \frac{1}{\sin(x)}$$

> ; (Escreva o comando Maple aqui) _____

Resposta: _____

$$(d) \sec(x) \left(\sec(x) - \frac{1}{\sec(x)} \right) + \frac{\cos(x) - \sin(x)}{\cos(x)} = \sec^2(x) - \tan(x)$$

> ; (Escreva o comando Maple aqui) _____

Resposta: _____

$$(e) \frac{\cos(x) + \sin(x)}{\cos(x) - \sin(x)} = \frac{1 - \tan(x)}{1 + \tan(x)}$$

> ; (Escreva o comando Maple aqui) _____

Resposta: _____

$$(f) \frac{2}{\sin(x)} = \frac{\sin(x)}{1 + \cos(x)} + \frac{1 + \cos(x)}{\sin(x)} \quad \text{_____}$$

> ; (Escreva o comando Maple aqui) _____

Resposta: _____

$$(g) \tan(x) - \csc(x) \sec(x) (1 - 2 \cos^2(x)) = \frac{\tan(x) - \sec(x) - 1}{\tan(x) - \sec(x) + 1} - \frac{1 - 2 \cos^2(x)}{\sin(x) \cos(x)} - \sec(x)$$

> ; (Escreva o comando Maple aqui) _____

Resposta: _____

LM – 2: Método 2, Dê ao Maple Alguma Ajuda

Algumas vezes, o Maple recusa-se a simplificar as expressões na forma como você quer. Tente:

> e62 := simplify(1 / (1 - cos(x)^2));

$$e62 := \frac{1}{-1 + \cos(x)^2}$$

O Maple mudou a maioria dos sinais, mas não fez a simplificação óbvia: $1 - \cos^2(x) = \sin^2(x)$.

Você pode dar ao Maple alguma ajuda, entrando com a identidade trigonométrica que você quer aplicar. Defina t como

$$t := \sin(x)^2 + \cos(x)^2 = 1$$

Agora tente o simplify novamente, mas desta vez especifique que você quer que o Maple use t como parte do procedimento de simplificação. (observe que você colocou t dentro das chaves.)

> simplify(e62, {t});

$$\frac{1}{\sin(x)^2}$$

As simplificações têm sido realizadas na maneira como você queria.

ML6 – 1 é uma identidade? Aplique esse método para ver se você consegue uma simplificação melhor.

> ; (Escreva o comando do Maple aqui) _____

Resposta: _____

LM – 3: Método 3, Estabelecendo Regras para Casos Falsos por Avaliação

A maioria das equações trigonométricas não são identidades. Você pode ter isso como regra avaliando os dois lados da equação por algum ângulo escolhido ao acaso. Se os lados forem os mesmos, você encontrou uma *solução para a equação*. Se os dois lados são o mesmo para umas poucas escolhas dispersas do ângulo, a equação é provavelmente uma identidade, mas você deve usar alguns meios ou métodos pra ter certeza.

Se os dois lados avaliam para números diferentes de um ângulo escolhido, a equação *não pode* ser uma identidade. Para usar esse método, é importante digitar a equação no Maple e dar a ela um nome. Então você pode trabalhar com a equação, ou partes da equação, de diferentes maneiras.

(a) Prove que $\frac{1}{\sec(\theta)\tan(\theta)} = \sec(\theta) - \cot(\theta)$ *não* é uma identidade. Dê um nome para a equação:

> eq63 := 1/(sec(thetha)*tan(thetha)) = sec(thetha)-cot(thetha);

$$eq63 := \frac{1}{\sec(\theta)\tan(\theta)} = \sec(\theta) - \cot(\theta)$$

Avalie esta equação para alguns valores de θ . Mostre um destes valores, para o qual o lado direito não é igual ao lado esquerdo.

>; (Escreva seus comandos Maple aqui) _____

Resposta: At $\theta =$ _____, lado esquerdo = _____, lado direito = _____.

(b) Prove que $\frac{\sec(x) + \csc(x)}{\tan(x) + \cot(x)} = \sin(x) - \cos(x)$ *não* é uma identidade.

>; (Escreva seus comandos Maple aqui) _____

Resposta: At $\theta =$ _____, lado esquerdo = _____, lado direito = _____.

LM – 4: Método 4, Estabelecendo Regras para Casos Falsos de Plotagem

Se você construir o lado direito e esquerdo da equação juntos no mesmo gráfico e encontrar duas curvas diferentes, então a equação original certamente não é uma identidade.

(a) Prove que $\frac{\cos(\theta) + \sin(\theta)}{1 + \tan(\theta)} = \sin(\theta)$ não é uma identidade:

>; (Escreva seus comandos Maple aqui) _____

Resposta: At $\theta =$ _____, lado esquerdo = _____, lado direito = _____.

(b) O gráfico para $\sin(x) \frac{\sin(x)}{1 + \cos(x)} + \frac{1 - \cos(x)}{\sin(x)} = 2$ atende à forte evidência de que ele é uma identidade?

>; (Escreva seus comandos Maple aqui) _____

Resposta: _____

LM – 5: Mais Sobre Plotagem de Equações Trigonômétricas

(a) Construa o gráficos dos dois lados de $\sqrt{\frac{1 + \cos(\theta)}{1 - \cos(\theta)}} = 1 + \cos(\theta)$. Dê uma olhada na forma da equação.

Existe um termo $1 + \cos(\theta)$ em ambos os lados. Essa equação lhe parece uma possível identidade?

Vamos ver se o gráfico dos dois lados fornece uma forte evidência de que a equação é uma identidade. Construa um gráfico e examine-o cuidadosamente. O que esse gráfico permite dizer sobre os dois lados, especialmente a extensão, $x = 0.8..5.4$?

>; (Escreva seus comandos Maple, incluindo o comando *plot*, aqui) _____

Resposta: _____

(b) Agora considere a equação $\sqrt{\frac{1+\cos(\theta)}{1-\cos(\theta)}} = \tan(\theta) = \frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)}$. Construa ambos os lados

para $\theta = 0..2\pi$. O que você conclui? (Certifique-se sobre o termo da raiz quadrada possíveis.)

>; (Escreva seus comandos Maple, incluindo o comando *plot*, aqui) _____

Resposta: _____

Maple6 – 6: Simplificando Expressões Trigonômicas Contendo Raízes Quadradas

O Maple entende que está trabalhando em um domínio que inclui números complexos e números reais. Isso significa que você deve tomar um cuidado extra quando trabalhar com termos contendo raízes quadradas. Neste problema, você quer trabalhar com números reais e raízes positivas.

Pesquisando o problema de simplificação:

> e66 := sqrt(1 + 2 * sin(x) + sin(x)^2);

$$e66 := \sqrt{1 + 2\sin(x) + \sin(x)^2}$$

(a) Qual é o resultado de usar *simplify* na afirmação e66?

>; (Escreva o comando maple e sua saída de dados) _____

(b) Fatore a expressão dentro da raiz quadrada da afirmativa e66. Afirme o resultado.

Resposta: _____

(c) Ensine o Maple a obter a mesma resposta. Use os comandos *abs*, *factor*, *simplify* e *sub*, como outros comandos que você possa pensar, incluindo suas próprias definições de funções de raiz quadrada, tais como:

> sr := x -> sqrt(abs(x)); (Essa função certifica você que está levando a raiz quadrada de um número positivo.)

Escreva suas soluções:

Resposta: _____

LM – 7

No Maple, você deve fazer uma distinção entre “o nome de uma função” and “uma função avaliada em um dado valor que é variável.”

> sin; (é o *nome* de uma função)

> sin(x); (essa é a função seno, avaliada em um valor dado [namely, x])

(a) O que esse comando irá produzir ? Escreva sua resposta antes de tentar. Se a saída de dados do Maple for diferente da sua previsão, você precisa rever a distinção entre um *nome* e um *valor*.

> sin * Pi; evalf(sin * Pi);

Resposta: _____

(b) Defina a “função quadrática” como:

> sq := x -> x^2;

$sq := x \rightarrow x^2$

O que esse commando produz?

> sq x; sq *x ; x sq ; sq(x) ; sq (9);

Resposta: sq x: _____

Resposta: sq *x: _____

Resposta: xsq : _____

Resposta: sq(x): _____

Resposta: sq (9): _____

(c) Diga que você prefere a notação $\sin^2(x)$, como dada na maioria dos livros, para a raiz de $\sin(x)$. Para definir a função $\sin^2(x)$ para fazer o trabalho. Escreva o comando Maple que define essa função:

Resposta: _____

LM – 8

(a) Qual é o resultado de:

> simplify(2-2 * sin(x)^2);

Resposta: _____

(b) Afirme o resultado do commando:

> simplify((1 -cos(x)^2) / sin(x)^2);

Resposta: _____

(c) Afirme o resultado do comando, mas primeiro tente prever o resultado:

> simplify(sqrt (x^2));

Resposta: _____

Explorações:

E6-1

Quando introduzimos, o cálculo das identidades trigonométricas parecia um exercício. Depois de tudo, você ficará maravilhado ao encontrar uma maneira de aplicar esse conhecimento em qualquer matéria? Entretanto, se a trigonometria é usada para descrever oscilações elétricas e vibrações mecânicas, a necessidade de lidar com as fórmulas trigonométricas é certamente encontrada na tecnologia elétrica e mecânica, como em outras ramificações da ciência e da tecnologia.

Em muitos casos, duas senóides são adicionadas. A soma também é uma senóide? (Observe que uma função coseno é considerada como sendo uma senóide nessa discussão).

Examine os seguintes casos:

(a) $A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t)$

(b) $A \sin(\omega t) + B \sin(\omega t)$

(c) $A \sin(\omega t) + B \sin(\omega t + \alpha)$

Construa o gráfico das expressões em (a), (b) e (c) usando os valores $A = 3$, $B = 4$ e $\omega = 2$ acima do intervalo $t = 0..Pi$.

Qualquer uma (ou todas) dessas somas parece uma senóide?